

EJERCICIO PRÁCTICO. ESPECIALIDAD DE MATEMÁTICAS

Ejercicio 1. Calificación máxima 2 puntos

Sean C y C' dos circunferencias concéntricas de radios r y r' respectivamente, con $r < r'$. En la corona limitada por C y C' existen ocho circunferencias C_i , con $i = 1, 2, \dots, 8$, tangentes a C y C' , y de tal modo que C_i es tangente a C_{i+1} para $i = 1, 2, \dots, 7$, y C_8 es también tangente a C_1 . Determinar el valor de $\frac{r'}{r}$.

Ejercicio 2. Calificación máxima 2,5 puntos: apartado a) 2 puntos, apartado b) 0,5 puntos

Sean a y b dos números reales positivos.

- Demostrar que si $a < b < e$ entonces $a^b < b^a$.
- Demostrar que si $e < a < b$ entonces $a^b > b^a$.

Ejercicio 3. Calificación máxima 3 puntos

Calcule el límite en el infinito de la sucesión A_n , siendo A_n el siguiente determinante:

$$A_n = \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ x & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ x^2 & 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 0 & \dots & 0 \\ x^3 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{5} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ x^{n-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{n} \\ x^{n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Ejercicio 4. Calificación máxima 2,5 puntos

Un juego de dados tiene las siguientes reglas:

- Se tiran dos dados equilibrados, numerados del 1 al 6, hasta que sumen 4 o 7.
- Si suman 4 gana el tirador, mientras que pierde si la suma es 7.

Determine la probabilidad de ganar en dicho juego.