UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2023-2024**

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá responder razonadamente a **cinco** preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se le proponen.
Cada ejercicio se valorará sobre 2 puntos, y si consta de dos apartados, cada apartado se valorará sobre 1 punto.
DURACIÓN: 90 minutos.

1. (2 puntos) Se consideran las matrices M, P y N dadas por:

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & 1 \end{pmatrix} \qquad P = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix} \qquad N = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

   a) Determine los valores de los parámetros $a, b, c \in \mathbb{R}$ para los que se verifica:

$$M \cdot N = 2N \quad \text{y} \quad (N^t \cdot M)^t + M \cdot P = N$$

   b) Para $a = 0$, $b = -1$ y $c = -2$. Compruebe que $M^2 = M + 2I$, donde I denota la matriz identidad de tamaño 2×2, y utilice dicha igualdad para calcular M^{-1} y M^3.

2. (2 puntos)

   a) Encuentre el valor del parámetro real a tal que

$$\int_0^1 (\sqrt{x} - a)\, dx = \frac{2}{3}$$

   b) Sea

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - b & si \quad x < 0 \\ 3x + 2 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$$

   Determine para qué valores del parámetro $b \in \mathbb{R}$ se tiene que $f(x)$ es una función continua en su dominio. Estudie la derivabilidad de la función para esos valores del parámetro b.

3. (2 puntos) Sea $f(x)$ una función real de variable real cuya derivada viene dada por la siguiente expresión:

$$f'(x) = \frac{-1}{x^2} + a$$

   a) Obtenga el valor del parámetro real a para que la función $f(x)$ pase por los puntos $(1, 3)$ y $(2, 7/2)$. Escriba la expresión de la función $f(x)$.

   b) Para $a = 1$, determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$, clasificando sus extremos relativos, si procede.

4. (2 puntos) Se considera la siguiente función real de variable real:

$$f(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4}$$

   a) Determine las asíntotas de esta función.

   b) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la función en el punto de abscisa $x = 1$.

5. (2 puntos) De entre todos los números reales no negativos y menores o iguales que 10 se buscan dos números tales que el doble del primero menos el segundo no pase de 10, y el triple del primero más el doble del segundo sea al menos 12. Además, se desea que su suma sea lo menor posible. ¿Cuáles son estos números? ¿Cuál es la suma mínima obtenida?

6. (2 puntos) En una tienda de música se tienen 70 instrumentos distribuidos en tres tipos: guitarras, pianos y violines. Se sabe que la cantidad de pianos más la cantidad de violines es igual a la cantidad de guitarras. Si tuvieramos el mismo número de violines, pero el doble de pianos y cuatro veces el de guitarras, el total de instrumentos en la tienda sería de 180. Plantee un sistema de ecuaciones y determine el número de instrumentos de cada tipo en la tienda.

7. (2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\left.\begin{array}{rcl} 2x+y+3z & = & 2 \\ 3x+y+z & = & 0 \\ 8x+ay+5z & = & 2 \end{array}\right\}$$

   a) Discuta el sistema para los diferentes valores de a.
   b) Resuelva el sistema de ecuaciones para $a=3$.

8. (2 puntos) La observación metereológica para los días de otoño en Madrid establece que el día está nublado en un $50\,\%$ de las ocasiones y que la temperatura baja de los 10 grados un $7\,\%$ de los días. Además, el $35\,\%$ de los días son nublados o la temperatura baja de los 10 grados. Escogiendo un día de otoño al azar, calcule la probabilidad de que:
   a) Esté nublado y la temperatura baje de los 10 grados.
   b) No esté nublado, sabiendo que la temperatura no baja de los 10 grados.

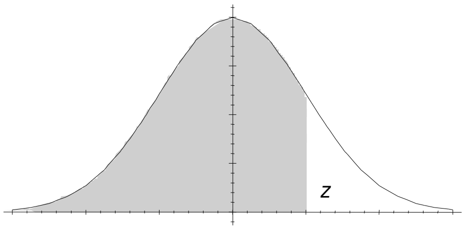
9. (2 puntos) El porcentaje de aprobados en asignaturas de primer año en la universidad española se puede aproximar por una variable aleatoria normal de media μ y desviación típica $\sigma = 8$ puntos porcentuales.
   a) Se toma una muestra aleatoria simple de 20 asignaturas de primer año, obteniéndose que el pocentaje medio de aprobados en la muestra es de 65 puntos porcentuales. Determine un intervalo de confianza al $99\,\%$ para μ.
   b) Suponga que $\mu = 67$ puntos porcentuales. Calcule la probabilidad de que al tomar una muestra aleatoria simple de 10 asignaturas, la media muestral, $\bar{X}$, esté comprendida entre 65 y 69 puntos porcentuales.

10. (2 puntos) Según los datos del INE, el $45,68\,\%$ de las familias españolas tienen una renta mensual de 1500 a 3000 euros y el $23,98\,\%$ de las familias tienen una renta mensual superior a 3000 euros. Entre las familias con menos de 1500 euros mensuales solo el $10\,\%$ viaja por vacaciones, si el ingreso es de 1500 a 3000 euros mensuales viajan el $40\,\%$ y si el ingreso es mayor de 3000 euros mensuales viajan el $85\,\%$. Eligiendo al azar una familia española, calcule la probabilidad de que:
    a) Viaje por vacaciones.
    b) Sabiendo que viaja por vacaciones, su ingreso mensual sea mayor de 1500 euros.

Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de *z*.



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

ATENCIÓN: La calificación debe hacerse en múltiplos de 0,25 puntos

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Operaciones correctas con la primera ecuación matricial .... 0,25 puntos.
- Operaciones correctas con la segunda ecuación matricial .... 0,25 puntos.
- Planteamiento del sistema y obtención de los parámetros .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Comprobación de que $M^2 = M + 2I$ .... 0,25 puntos.
- Cálculo correcto de M^{-1} usando la expresión de M^2 dada .... 0,50 puntos.
- Cálculo correcto de M^3 usando la expresión de M^2 dada....................... 0,25 puntos.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Cálculo de la integral definida .... 0,75 puntos.
- Obtención del valor de a .... 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Referencia a la continuidad para $x \neq 0$ .... 0,25 puntos.
- Estudio de la continuidad en $x = 0$ .... 0,25 puntos.
- Determinación del valor del parámetro .... 0,25 puntos.
- Estudio de la derivabilidad .... 0,25 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Cálculo de la integral.. 0,50 puntos.
- Planteamiento y resolución del sistema .... 0,25 puntos.
- Expresión correcta de la función $f(x)$ .... 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Cálculo de los valores críticos... 0,25 puntos.
- Cálculo correcto de los intervalos de crecimiento y decrecimiento ...... 0,50 puntos.
- Determinación del máximo y mínimo relativo (sólo abscisa) .... 0,25 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

- Obtención de las asíntotas verticales... 0,50 puntos.
- Cálculo de la asíntota horizontal .... 0,25 puntos.
- Justificación de la no existencia de asíntota oblicua .... 0,25 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

- Planteamiento correcto de la expresión de la recta tangente.................. 0,25 puntos.
- Cálculo correcto de la pendiente de la recta.. 0,50 puntos.
- Obtención de la ecuación de la recta tangente....................................... 0,25 puntos.

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.

Ejercicio 5. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Determinación de las variables y de la función objetivo........................ 0,25 puntos.
Determinación correcta de las restricciones .... 0,50 puntos.
Representación correcta de la región factible.. 0,50 puntos.
Cálculo correcto de los vértices de la región factible............................ 0,50 puntos.
Obtención de la solución contextualizada (números y suma mínima) .. 0,25 puntos.

Ejercicio 6. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Descripción correcta de las tres incógnitas.. 0,25 puntos.
Planteamiento del sistema de ecuaciones .... 0,75 puntos.
Resolución correcta del sistema .... 0,75 puntos.
Obtención correcta de la solución contextualizada .... 0,25 puntos.

Ejercicio 7. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto del valor crítico .... 0,50 puntos.
Discusión correcta del sistema .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Obtención de la solución del sistema .... 1 punto.

Ejercicio 8. (Puntuación máxima: 2 puntos)

2 puntos si el alumno se da cuenta de la inconsistencia en los datos del enunciado.

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Ejercicio 9. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Cálculo correcto de $z_{\alpha/2}$ .... 0,25 puntos.
Aplicación de la fórmula del error y obtención del mismo .... 0,25 puntos.
Determinación correcta del intervalo de confianza .... 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Determinación de la distribución de la media muestral .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad pedida .... 0,50 puntos.

Ejercicio 10. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Apartado (a): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

Apartado (b): 1 punto.

Planteamiento correcto de la probabilidad .... 0,50 puntos.
Cálculo correcto de la probabilidad.. 0,50 puntos.

NOTA: La resolución de los ejercicios por cualquier otro procedimiento correcto, diferente al propuesto por los coordinadores ha de valorarse con los criterios convenientemente adaptados.

SOLUCIONES

1. *a*)

$$M\cdot N=\begin{pmatrix} a & b\\ c & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1\\ 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -a+2b\\ -c+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2\\ 4\end{pmatrix}\Longrightarrow\begin{cases}-a+2b=-2\\ c=-2\end{cases}$$

$$(N^t\cdot M)^t+M\cdot P=M^t\cdot N+M\cdot P=N$$

$$\begin{pmatrix} a & c\\ b & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1\\ 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix} a & b\\ c & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1\\ -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1\\ 2\end{pmatrix}\Longrightarrow\begin{pmatrix} -2a+2c-3b\\ -b-c-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1\\ 2\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases}c=-2\\ -b-c-1=2\Longrightarrow b=-1\\ -2a+2c-3b=-1\\ -a+2b=-2\end{cases}\Longrightarrow a=0,\ b=-1,\ c=-2$$

b)

$$M^2=\begin{pmatrix} 0 & -1\\ -2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -1\\ -2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & -1\\ -2 & 3\end{pmatrix}=M+2I$$

$$M^2=M+2I\Longrightarrow M=I+2M^{-1}\Longrightarrow M^{-1}=1/2(M-I)=\begin{pmatrix} -1/2 & -1/2\\ -1 & 0\end{pmatrix}$$

$$M^3=MM^2=M(M+2I)=M^2+2M=M+2I+2M=3M+2I=\begin{pmatrix} 2 & -3\\ -6 & 5\end{pmatrix}$$

2. *a*) $\int_0^1(\sqrt{x}-a)\,dx=\int_0^1 x^{1/2}\,dx-\int_0^1 a\,dx=\frac{2}{3}\,x^{3/2}\Big|_0^1-ax\Big|_0^1=\frac{2}{3}-a=\frac{2}{3}\quad\Rightarrow a=0$

   b)
   - Continuidad: Para $x\neq 0$ la función es continua. Por tanto, basta analizar la situación en $x=0$.

     $$\lim_{x\to 0^-}(x^2-b)=-b$$

     $$\lim_{x\to 0^+}(3x+2)=f(0)=2$$

     Para que la función sea continua ha de ser $b=-2$.
   - Derivabilidad:

     $$f'(x)=\begin{cases}2x & si\quad x<0\\ 3 & si\quad x>0\end{cases}$$

     $$f'(0^-)=0;\quad f'(0^+)=3\quad\Longrightarrow\quad f'(0^-)\neq f'(0^+)$$

     Por lo tanto, la función $f(x)$ no es derivable en $x=0$.

3. *a*)

$$f(x)=\int f'(x)dx=\frac{1}{x}+ax+c$$

$$f(1)=1+a+c=3$$

$$f(2)=\frac{1}{2}+2a+c=\frac{7}{2}$$

   Entonces $a=c=1$. La primitiva es, por tanto:

$$f(x)=\frac{1}{x}+x+1$$

   b) Para $a=1$, $D(f)=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

   - $f'(x)=\frac{-1}{x^2}+1$
   - $f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1\quad y\quad x=1$
   - $f'(x)>0\Leftrightarrow x\in(-\infty,-1),(1,+\infty)$, y f crece en $(-\infty,-1),(1,+\infty)$
   - $f'(x)<0\Leftrightarrow x\in(-1,0),(0,1)$, y f decrece en $(-1,0),(0,1)$

   En consecuencia tiene un máximo relativo en $x=-1$ y un mínimo relativo en $x=1$.

4. *a*)

$$f(x) = \frac{x^2+4}{x^2-4}$$

Asíntotas verticales:

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x\to 2^-} f(x) = -\infty$$
$$\lim_{x\to -2^+} f(x) = -\infty \qquad \lim_{x\to -2^-} f(x) = +\infty$$

Por tanto, tiene asíntotas verticales en $x = -2$ y $x = 2$.
Asíntota horizontal:

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to -\infty} f(x) = 1$$

La función $f(x)$ tiene asíntota horizontal en $y = 1$.
No tiene asíntotas oblicuas.

b) Ecuación de la recta tangente a la gráfica en $x_0 = 1$:

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$
$$y_0 = f(1) = -5/3$$
$$f'(x) = \frac{-16x}{(x^2-4)^2}$$
$$f'(1) = -16/9$$

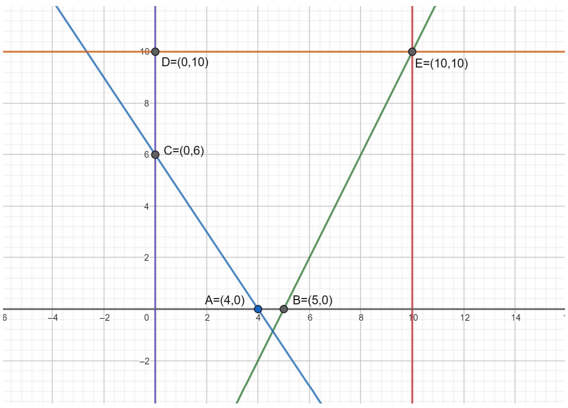
La ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en $x_0 = 1$ será:

$$y = \frac{-16}{9}\, x + \frac{1}{9}.$$

5. Sea $x =$ el primer número e $y =$ el segundo número. Entonces:

$$S = \{2x - y \leq 10, 3x + 2y \geq 12, x \leq 10, y \leq 10, x \geq 0, y \geq 0\},$$

con vértices $A = (4,0)$, $B = (5,0)$, $C = (0,6)$, $D = (0,10)$ y $E = (10,10)$.



La función a minimizar es $S(x,y) = x + y$. Evaluamos en los vértices de la región factible obtenidos:

- $S(4,0) = 4 \rightarrow$ Mínimo
- $S(5,0) = 5$
- $S(0,6) = 6$
- $S(0,10) = 10$
- $S(10,10) = 20$

Los números pedidos son el 4 y el 0 con suma mínima de 4.

6. Sean $x =$número de pianos, $y =$número de guitarras y $z =$número de violines.

$$\left\{\begin{array}{rcr} x + y + z &=& 70 \\ x - y + z &=& 0 \\ 2x + 4y + z &=& 180 \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$(A \mid B) = \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 70 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 180 \end{array}\right) \xrightarrow{f_3 - f_1} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 70 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 110 \end{array}\right) \xrightarrow{f_2 - f_1} \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 70 \\ 0 & -2 & 0 & -70 \\ 1 & 3 & 0 & 110 \end{array}\right)$$

Se obtiene entonces que el número de instrumentos en la tienda es de $y = 35$ guitarras, $x = 5$ pianos y $z = 30$ violines.

7. *a*) La matriz del sistema es:

$$(A|B)=\left(\begin{array}{ccc|c}2&1&3&2\\3&1&1&0\\8&a&5&2\end{array}\right)$$

$|A|=7a-21$. Así, $7a-21=0\Rightarrow a=3$.
Por lo tanto:
   - Si $a\neq 3$, $rg(A)=3$, $rg(A\mid B)=3=$nº incógnitas. SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO.
   - Si $a=3$, $rg(A)=2$, $rg(A\mid B)=2$. SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO.

   b) Para $a=3$ el sistema es compatible indeterminado. Resolvemos por Gauss.

$$\left.\begin{aligned}2x+y+3z&=2\\3x+y+z&=0\\8x+3y+5z&=2\end{aligned}\right\}$$

$$(A|B)=\left(\begin{array}{ccc|c}2&1&3&2\\3&1&1&0\\8&3&5&2\end{array}\right)\xrightarrow{f_3-(f_1+2f_2)}\left(\begin{array}{ccc|c}2&1&3&2\\3&1&1&0\\0&0&0&0\end{array}\right)$$

Haciendo $z=\lambda$,

$$\left.\begin{aligned}2x+y&=2-3\lambda\\3x+y&=-\lambda\end{aligned}\right\}$$

obtenemos $x=2(\lambda-1),\quad y=6-7\lambda,\quad z=\lambda.$

8. Sea N ='Observación de día nublado' y T ='Observación de temperatura menor de 10 grados'. Sabemos que $P(N)=0{,}5$, $P(T)=0{,}07$ y $P(N\cup T)=0{,}35$.

   Teniendo en cuenta que la unión de dos sucesos no puede ser menor que uno de ellos, el problema no tiene solución. Por ello:
   - Si el alumno observa la inconsistencia en los datos del enunciado, se calificará todo el problema como correcto.
   - Si se resuelve sin analizar la validez de los datos, pero se aplican bien las propiedades de la probabilidad se dará como correcto.

   a) Por definición $P(N\cup T)=P(N)+P(T)-P(N\cap T)$, entonces

$$P(N\cap T)=P(N)+P(T)-P(N\cup T)=0{,}5+0{,}07-0{,}35=0{,}22.$$

   b) Sea $\bar{N}$ el suceso complementario de N y $\bar{T}$ el suceso complementario de T. La probabilidad pedida es:

$$P(\bar{N}\mid\bar{T})=\frac{P(\bar{N}\cap\bar{T})}{P(\bar{T})}.$$

Calculamos

$$P(\bar{N}\cap\bar{T})=P(\overline{N\cup T})=1-P(N\cup T)=1-0{,}35=0{,}65.$$

Por lo tanto,

$$P(\bar{N}\mid\bar{T})=\frac{0{,}65}{1-0{,}07}=0{,}6989.$$

9. *a*) $IC_{99\,\%}(\mu)=\bar{x}\pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=65\pm 2,575\cdot 8/\sqrt{20}=65\pm 4,6063=(60,3937;69,6063)$

   b) La variable aleatoria $\bar{X}$ sigue una distribución $N(67,8/\sqrt{10})$

$$P(65<\bar{X}<69)=P\left(\frac{65-67}{8/\sqrt{10}}<Z<\frac{69-67}{8/\sqrt{10}}\right)=P(-0,79<Z<0,79)=0,7852-(1-0,7852)=0,5704$$

10. Definimos los sucesos: V = 'La familia viaja por vacaciones', $\bar{V}$= 'La familia no viaja por vacaciones', I_1 = 'La familia tiene una renta mensual inferior a 1500 euros', I_2 = 'La familia tiene una renta mensual de 1500 a 3000 euros' e I_3 = 'La familia tiene una renta mensual superior a 3000 euros'.

   a) La probabilidad pedida es:

$$\begin{aligned}P(V)&=P(V\mid I_1)P(I_1)+P(V\mid I_2)P(I_2)+P(V\mid I_3)P(I_3)\\&=0{,}3034\cdot 0{,}1+0{,}4568\cdot 0{,}4+0{,}2398\cdot 0{,}85=0{,}4169.\end{aligned}$$

   b) La probabilidad pedida es:

$$P(I_2\cup I_3\mid V)=\frac{P(V\mid I_2)P(I_2)+P(V\mid I_3)P(I_3)}{P(V)}=\frac{0{,}4568\cdot 0{,}4+0{,}2398\cdot 0{,}85}{0{,}4169}=0{,}9272.$$